1 Inversion des niveaux de gris d'une image

On veut construire l'image négative d'une image en niveaux de gris. On veut donc que les pixels blancs deviennent noirs et que les pixels noirs deviennent blancs. Tous les pixels intermédiaires doivent être également, proportionnellement inversés.

Soit $k \in \mathbb{N} \mid k \in \{0,..,255\}$, la luminosité d'un pixel de l'image source. La fonction qui permet de changer l'intensité lumineuse, f(k) est une fonction affine de la forme f(k) = ak + b qui passe par les deux points suivant :

$$\begin{array}{c|c}
k & f(k) \\
\hline
0 & 255 \\
\hline
255 & 0
\end{array}$$

Nous pouvons utiliser ces deux points et la forme de la fonction affine pour construire la fonction f en résolvant le système d'équations suivant :

$$255 = 0 \times a + b \tag{1}$$

$$0 = 255 \times a + b \tag{2}$$

D'après l'équation (1) on trouve directement b:

$$(1) \iff b = 255$$

On introduit ensuite b dans l'equation (2):

$$(2) \iff 0 = 255 \times a + 255$$

$$(2) \iff 255 \times a = -255$$

$$(2) \iff a = -1$$

Finalement, la fonction d'inversion des niveaux de gris est la suivante :

$$f(k) = 255 - k$$

La fonction est représentée graphiquement sur la figure 1.

2 Changement de la luminosité globale

Pour éclair cir globalement l'intensité d'une image, on augmente le niveau de gris de tous les pixels de la même valeur $A \in \mathbb{N}$. La fonction est donc la suivante :

$$\begin{cases} \text{ si } & \text{k+A} < 0 & \text{f(k)} = 0 \\ \text{sinon si } & \text{k+A} > 255 & \text{f(k)} = 255 \\ \text{sinon} & & \text{f(k)} = \text{k+A} \end{cases}$$

La fonction est représentée graphiquement sur la figure 2.



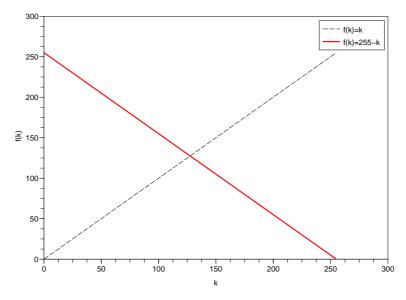


Figure 1: inversion des niveaux de gris

3 Amélioration automatique du contraste

Lorsqu'une image est mal exposée, la luminosité des pixels est limitée à une plage réduite de valeurs. La dynamique du capteur n'est pas entièrement utilisée. Typiquement, on ne voit pas de pixel noir, ni de pixels blancs mais que des pixels dans des tons de gris moyens.

Il est possible d'étendre automatiquement la plage de luminance à la plage maximale des luminances. Pour une image en niveaux de gris, encodée sur 8 bits, les valeurs possibles vont de 0 (noir) à 255 (blanc).

Soit $min \in \mathbb{N}$, le niveau de gris minimal et $max \in \mathbb{N}$, le niveau de gris maximal de l'image à améliorer, on souhaite que tous les pixels à min deviennent noir et tous les pixels à max deviennent blanc :

$$\begin{array}{c|c}
k & f(k) \\
\hline
min & 0 \\
\hline
max & 255 \\
\end{array}$$

La fonction a la forme d'une fonction affine g(k) = ck + d. On peut utiliser les deux points (min, 0) et (max, 0) et la forme affine de la fonction pour trouver les coefficients c et d.

Changement global de luminance f(k)=k+A

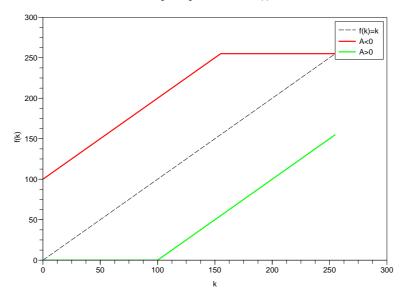


Figure 2: changement de l'intensité lumineuse de l'image

On doit donc résoudre le système d'équations suivant :

$$0 = \min \times c + d \tag{3}$$

$$255 = max \times c + d \tag{4}$$

On soustrait (3) à (4):

$$(4) - (3) \iff 255 = max \times c - min \times c$$

$$(4) - (3) \iff 255 = c(max - min)$$

$$(4) - (3) \iff c = \frac{255}{max - min}$$

On réintroduit c dans l'équation (3) :

(3)
$$\iff$$
 0 = $min \times \frac{255}{max - min} + d$
(3) \iff $d = -\frac{255 \times min}{max - min}$

$$(3) \iff d = -\frac{255 \times min}{max - min}$$

On introduit maintenant c et d dans l'équation de la fonction g(k) = ck + d

$$g(k) = c \times k + d$$

$$\iff g(k) = \frac{255}{max - min}k - \frac{255 \times min}{max - min}$$

$$\iff g(k) = 255 \frac{k - min}{max - min}$$

Finalement, la fonction d'augmentation automatique de contraste est la suivante : $\underline{\hspace{1cm}}$

$$g(k) = 255 \frac{k - min}{max - min}$$

La fonction est représentée graphiquement sur la figure 3.

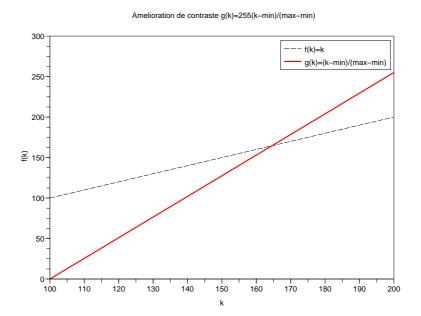


Figure 3: amélioration automatique de contraste